3) $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix}\frac{-1}{3}\\ \frac{-2}{3}\\ \frac{2}{3}\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OE}$ alors $G\in\Delta$. $M\in\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OE}\Leftrightarrow$

$\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{OG}\Leftrightarrow\overrightarrow{OB}\wedge\left(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OG}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{GM}=\vec{0}\Leftrightarrow$ M appartient à la droite passant par G et parallèle à (OB).

2ème méthode : Soit M(x,y,z) ; $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x-\frac{1}{3}\\ y-\frac{2}{3}\\ z-\frac{1}{3}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OE}\Leftrightarrow$ ....donner l'équation cartésienne de Δ.

Exercice N°11 L'espace E est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On considère A(1,1,2), B(1,3,0) et C(2,1,1).

1) a) Montrer que ABC est un triangle rectangle en C. b) Donner une équation cartésienne du plan (ABC)=P.
2) Soit S : $x^2+y^2+z^2-4x-6y-4z+12=0$ et P_m : $x+my+z-4=0$ $(m\in IR)$.
   a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R.
   b) Discuter suivant les valeurs de m la nature de $S\cap P_m$.
3) On pose m=1.
   a) Montrer que $S\cap P_1$ est un cercle ζ dont on précisera le centre H et le rayon r.
   b) Montrer que ζ est le cercle de diamètre [AB].
   c) Ecrire un équation cartésienne du plan Q strictement parallèle à P_1 et coupant S suivant un cercle de rayon $\sqrt{2}$.
4) Soit S' la sphère de centre J(1,2,1) et de rayon $2\sqrt{5}$. Déterminer les homothéties qui transforment S en S'.

Exercice N°11 1)a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\2\\-2\end{pmatrix},\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$. On a $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AC}=1+0-1=0$ donc le triangle ABC est rectangle en C.

b) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\2\\-2\end{pmatrix},\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

Donc P : $-2x-2y-2z+d=0$, $A(1,1,2)\in P$ donc $-2-2-4+d=0$ d'où $d=8$ alors P : $-2x-2y-2z+8=0$ soit P : $x+y+z-4=0$.

2) Soit S : $x^2+y^2+z^2-4x-6y-4z+12=0$ et P_m : $x+my+z-4=0$ $(m\in IR)$.

a) 1ère méthode : $M(x,y,z)\in S\Leftrightarrow\left(x^2-4x\right)+\left(y^2-6y\right)+\left(z^2-4z\right)+12=0\Leftrightarrow$

$\left(x-2\right)^2-4+\left(y-3\right)^2-9+\left(z-2\right)^2-4+12=0\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-2\right)^2=5$. S est donc la sphère de rayon $R=\sqrt{5}$ et de centre I(2,3,2).

2éme méthode : S : $x^2+y^2+z^2-ax-by-cz+d=0$ où a=-4, b=-6, c=-4 et d=12.

$h=\frac{a^2+b^2+c^2}{4}-d=\frac{16+36+16}{4}-12=5>0$ donc S est la sphère de rayon $R=\sqrt{5}$ et de centre I(2,3,2).

b) Discuter suivant les valeurs de m la nature de $S\cap P_m$. $d=d\left(I,P_m\right)=\frac{\left|2+3m+2-4\right|}{\sqrt{1^2+m^2+1^2}}=\frac{\left|3m\right|}{\sqrt{2+m^2}}$.

$R^2-d^2=5-\frac{9m^2}{2+m^2}=\frac{10-4m^2}{2+m^2}$.

m	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{5}{2}}$		$\sqrt{\frac{5}{2}}$		$+\infty$
R^2-d^2	-	0		+	0	-	
	$\varnothing$	|	un	cercle	|	$\varnothing$	

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...